



# امتحان میاسترم تحقیق در عملیات

تاریخ: آذر ۱۳۹۲

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

۱. دو مساله برنامه ریزی خطی بصورت زیر را در نظر بگیرید

$$\min x_n \quad Ax = b, \quad x \geq 0$$

$$\max x_n \quad Ax = b, \quad x \geq 0$$

با فرض اینکه مجموعه شدنی کراندار است، فرض کنید مقدار تابع هدف بهینه برای دو مساله بترتیب  $x'_n$  و  $x''_n$  است. قرار دهید  $x_n \in [x'_n, x''_n]$  نشان دهید نقطه ای شدنی وجود دارد بطوریکه  $n$  امین مولفه آن  $x_n$  است.

(۵ نمره)

۲. مساله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\min c^t x \quad Ax = b.$$

نشان دهید اگر  $x_1 \neq x_2$  با  $Ax_1 = Ax_2 = b$  و  $c^t x_2 > c^t x_1$  موجود باشد آنگاه هزینه بهینه مساله نمی تواند متناهی باشد. در حالتی که مساله متناهی است مقدار تابع هدف بهینه را مشخص کنید. (۵ نمره)

۳. مساله زیر را حل کنید.

$$\min \quad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5$$

$$s.t. \quad 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10, \quad 2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 6$$

$$x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 4$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5$$

(۸ نمره)

۴. مساله برنامه ریزی خطی با جدول آغازین بصورت زیر در نظر بگیرید.

0	0	0	0	$\delta$	3	$\gamma$	$\zeta$
$\beta$	0	1	0	$\alpha$	1	0	3
2	0	0	1	-2	2	$\epsilon$	-1
3	1	0	0	0	-1	2	1

ستون های پایه ای سه ستون اول هستند در هر مورد محدوده تغییرات پارامتر های مجهول در جدول را چنان تعیین کنید که موارد زیر درست باشد.

(الف) فاز ۲ روش سیمپلکس با جدول بالا بعنوان جدول ابتدایی قابل شروع باشد.

(ب) سطر اول جدول نشان دهد که مساله نشدنی است.

(ج) جواب پایه ای موجود شدنی ولی پایه بهینه نیست.

(د) پایه شدنی است ولی تکرار بعدی سیمپلکس نشان می دهد که مساله نامتناهی است. (۱۲ نمره)

۵. مساله برنامه ریزی خطی بصورت

$$\min c^t x \quad Ax = b, \quad x \geq 0 \quad (p)$$

داده شده است مقادیر  $a$  و  $a_0$  را چنان تعیین کنید که مساله

$$\max -c^t x \quad ax \leq b, \quad ax \leq a_0, \quad x \geq 0$$

با مساله  $(p)$  معادل باشد (هر دو جواب یکسان داشته باشند). (۵ نمره)

۶. نشان دهید اگر در روش سیمپلکس یک متغیر  $x_j$  از پایه خارج شود آن متغیر نمی تواند بلافاصله در تکرار بعدی وارد پایه شود. (۵ نمره)